

## Тәжірибелік сабақ №5. Үш еселі интегралдарды есептеу

**Мақсаты** – Үш еселі интегралдарды есептеуді үйрету

**Мазмұны:** үш еселі интеграл ұғымдарын, қасиеттерін, анықтамаларын біледі;

қайталамалы интегралды есептеу әдістерін, жолдарын меңгереді

**Материалдармен қамтамасыз ету:** әдістемелік нұсқаулар.

Практикалық сабақтың тапсырмалары

Тапсырма-1. Берілген интегралды есепте.

№1  $\iiint_{\Omega} (x^2 + y^2 + z^2) dv$   $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2$  мұнда  $\Omega$ -шар.

№2  $\iiint_{\Omega} (x + y + z) dv$   $\Omega: x \geq 1, y \geq 1, z \geq 1, x \leq 3, y \leq 3, z \leq 3$  мұнда  $\Omega$ -куб.

№3  $\iiint_{\Omega} (x + y - z + 10) dv$   $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 3$  мұнда  $\Omega$ -шар.

№4  $\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}}$   $\Omega: x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  мұнда  $\Omega$ -шар.

№5  $\iiint_{\Omega} \frac{dx dy dz}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z-2)^2}}$   $\Omega: x^2 + y^2 \leq 1, -1 \leq z \leq 1$  мұнда  $\Omega$ -цилиндр.

Тапсырма-2.

№1. Сфералық координаталарға өтіп, интегралды есепте.

1.  $\iiint_T \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$ , мұнда  $T$  облысында  $x^2 + y^2 + z^2 = x$  бетпен шектелген.

2.  $\int_{-3}^3 x^2 dx \int_{-\sqrt{9-x^2}}^{\sqrt{9-x^2}} y^2 dy \int_{\sqrt{x^2+y^2}}^{\sqrt{18-x^2-y^2}} z dz$

№2. Цилиндрлік координаталарға өтіп, интегралды есепте.

1.  $\iiint_T \sqrt{x^2 + y^2} z dx dy dz$ , мұнда  $T$  облысында  $x^2 + y^2 = z, z=1$  бетпен шектелген.

2.  $\int_0^3 z dz \int_{-\sqrt{z}}^{\sqrt{z}} y^2 dy \int_{-\sqrt{z-y^2}}^{\sqrt{z-y^2}} x^2 dx$

Тапсырма-3. Интегралды есепте.

№1  $\iiint_T xz dx dy dz$  , егер  $T$  облысында  $x^2 + y^2 + z^2 = a^2, z = 0$  ( $z \geq 0$ ) беттермен

шектелген болса,

№2  $\iiint_T (x + y + z) dx dy dz$ , егер  $T$  облысында  $x + y + z = 1, x = 0, y = 0, z = 0$

беттермен шектелген болса.