

Тәжірибелік сабақ №7. Сандық қатар. Оң қатарлардың жинақтылығы

Мақсаты – Сандық қатар. Оң қатарлардың жинақтылығын зерттеуді үйрету

Мазмұны: қатарлар ұғымдарын, салыстыру, Коши, Даламбер, Лейбниц, Кошидің интегралдық белгілерін біледі; қатардың жинақтылығын зерттеуде тиімді әдістерін, жолдарын меңгереді;

Материалдармен қамтамасыз ету: әдістемелік нұсқаулар.

Практикалық сабақтың тапсырмасы

Тапсырма-1. Берілген қатарлардың радикальдық Коши белгісі бойынша жинақталатынын дәлелде.

$$\text{№1 } \frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln^2 3} + \dots + \frac{1}{\ln^n(n+1)} + \dots$$

$$\text{№2 } \frac{1}{3} + \left(\frac{2}{5}\right)^2 + \dots + \left(\frac{n}{2n+1}\right)^n + \dots$$

$$\text{№3 } \arcsin 1 + \arcsin^2 \frac{1}{2} + \dots + \arcsin^n \frac{1}{n} + \dots$$

$$\text{№4 } \frac{2}{3} + \frac{\left(\frac{3}{2}\right)^4}{9} + \dots + \frac{\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}}{3^n} + \dots$$

Тапсырма-2. Берілген қатарлардың интегралдық Коши белгісі бойынша жинақталатынын дәлелде.

$$\text{№1 } \frac{1}{2\ln 2} + \frac{1}{3\ln 3} + \frac{1}{4\ln 4} + \frac{1}{5\ln 5} + \dots + \frac{1}{n\ln n}$$

$$\text{№2 } \frac{1}{2\ln^2 2} + \frac{1}{3\ln^2 3} + \frac{1}{4\ln^2 4} + \dots + \frac{1}{(n+1)\ln^2(n+1)}$$

$$\text{№3 } \left(\frac{1+1}{1+1^2}\right)^2 + \left(\frac{1+2}{1+2^2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{1+n}{1+n^2}\right)^2 + \dots$$

$$\text{№4 } \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}$$

Тапсырма-3. Берілген қатарлардың салыстыру белгісі бойынша жинақталатынын дәлелде.

$$\text{№1 } \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \dots + \frac{1}{(2n-1)2^{2n-1}} + \dots$$

$$\text{№2 } \sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4} + \dots + \sin \frac{\pi}{2^n} + \dots$$

$$\text{№3 } 1 + \frac{1+2}{1+2^2} + \dots + \frac{1+n}{1+n^2} + \dots$$

$$\text{№4 } \frac{1}{2 \cdot 5} + \frac{1}{3 \cdot 6} + \dots + \frac{1}{(n+1)(n+4)} + \dots$$

$$\text{№5 } \frac{2}{3} + \frac{3}{8} + \dots + \frac{n+1}{(n+2)n} + \dots$$

Тапсырма-4. Қатарлардың жинақтылық аралығын анықта.

$$\text{№1 } 1 + x + \dots + x^n + \dots$$

$$\text{№2 } \ln x + \ln^2 x + \dots + \ln^n x + \dots$$

$$\text{№3 } x + x^4 + \dots + x^{n^2} + \dots$$

$$\text{№4 } x + \frac{x^2}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{x^n}{\sqrt{n}} + \dots$$

$$\text{№5 } \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+x^2} + \dots + \frac{1}{1+x^n} + \dots$$

$$\text{№6 } 2x + 6x^2 + \dots + n(n+1)x^n + \dots$$

$$\text{№7 } \frac{x}{2} + \frac{x^2}{2+\sqrt{2}} + \dots + \frac{x^n}{n+\sqrt{n}} + \dots$$

$$\text{№8 } \frac{x}{1+x^2} + \frac{x^2}{1+x^4} + \dots + \frac{x^n}{1+x^{2n}} + \dots$$

$$\text{№9 } \sin \frac{x}{2} + \sin \frac{x}{4} + \dots + \sin \frac{x}{2^n} + \dots$$

$$\text{№10 } x + \frac{x^2}{2^2} + \dots + \frac{x^n}{n^2} + \dots$$

Тапсырма-5. Берілген қатарлардың қайсысы жинақталады, қайсысы жинақталмайды екенін анықта.

$$\text{№1 } \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots + \frac{1}{(n+1)\sqrt{n+1}} + \dots$$

$$\text{№2 } 1 + \frac{2}{3} + \dots + \frac{n}{2n-1} + \dots$$

$$\text{№3 } \sqrt{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \dots + \sqrt{\frac{n+1}{n}} + \dots$$

$$\text{№4 } 2 + \frac{5}{8} + \dots + \frac{n^2+1}{n^3} + \dots$$

$$\text{№5 } 1 + \frac{4}{1 \cdot 2} + \dots + \frac{n^2}{n!} + \dots$$

$$\text{№6 } \frac{1}{3} + \frac{3}{3^2} + \dots + \frac{2n-1}{3^n} + \dots$$

$$\text{№7 } \frac{1}{1001} + \frac{2}{2001} + \dots + \frac{n}{1000n+1} + \dots$$

$$\text{№8 } \operatorname{arctg} 1 + \operatorname{arctg}^2 \frac{1}{2} + \dots + \operatorname{arctg}^n \frac{1}{n} + \dots$$