

**Тәжіибелік сабақ №9.** Екінші ретті дифференциалдық теңдеулер

**Мақсаты:** студенттерді жоғарғы ретті дифференциалдық теңдеулерді және теңдеулер жүйесін шешу әдістеріне үйрету.

**Мазмұны:** жоғары ретті дифференциалдық теңдеулерді шешу әдістерін үйренеді

**Материалдармен қамтамасыз ету:** әдістемелік нұсқаулар.

**Тәжірибелік тапсырмалар**

Бірінші ретті дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешіңіз. 15 кесте

|  |  |  |
|--|--|--|
| 8.1 $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 3y_2, \\ y_2 = 2y_1 - 3y_2 \end{cases}$                      | 8.2 $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 2y_2, \\ y_2 = y_1 - 2y_2 \end{cases}$                        | 8.3 $\begin{cases} y_1' = -3y_1 + 2y_2, \\ y_2 = 3y_1 - 2y_2 \end{cases}$                    |
| 8.4 $\begin{cases} y_1' = -3y_1 + 4y_2, \\ y_2 = 3y_1 - 4y_2 \end{cases}$                      | 8.5 $\begin{cases} y_1' = -4y_1 + 3y_2, \\ y_2 = 4y_1 - 3y_2 \end{cases}$                      | 8.6 $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + y_2, \\ y_2 = 2y_1 - y_2 \end{cases}$                      |
| 8.7 $\begin{cases} y_1' = -5y_1 + y_2, \\ y_2 = 5y_1 - y_2 \end{cases}$                        | 8.8 $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 4y_2, \\ y_2 = 2y_1 - 4y_2 \end{cases}$                      | 8.9 $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 4y_2, \\ y_2 = y_1 - 4y_2 \end{cases}$                      |
| 8.10 $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 5y_2, \\ y_2 = 2y_1 - 5y_2 \end{cases}$                     | 8.11 $\begin{cases} y_1' = -3y_1 + 5y_2, \\ y_2 = 3y_1 - 5y_2 \end{cases}$                     | 8.12 $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 5y_2, \\ y_2 = y_1 - 5y_2 \end{cases}$                     |
| 8.13 $\begin{cases} y_1' = -5y_1 + 2y_2, \\ y_2 = 5y_1 - 2y_2 \end{cases}$                     | 8.14 $\begin{cases} y_1' = -5y_1 + 4y_2, \\ y_2 = 5y_1 - 4y_2 \end{cases}$                     | 8.15 $\begin{cases} y_1' = -2y_1 + 7y_2, \\ y_2 = 2y_1 - 7y_2 \end{cases}$                   |
| 8.16 $\begin{cases} y_1' = -\frac{1}{2}y_1 + 7y_2, \\ y_2 = \frac{1}{2}y_1 - 7y_2 \end{cases}$ | 8.17 $\begin{cases} y_1' = -4y_1 + 5y_2, \\ y_2 = 4y_1 - 5y_2 \end{cases}$                     | 8.18 $\begin{cases} y_1' = 0,2y_1 - y_2, \\ y_2 = -0,2y_1 + y_2 \end{cases}$                 |
| 8.19 $\begin{cases} y_1' = -4y_1 + y_2, \\ y_2 = 4y_1 - y_2 \end{cases}$                       | 8.20 $\begin{cases} y_1' = -y_1 + 7y_2, \\ y_2 = y_1 - 7y_2 \end{cases}$                       | 8.21 $\begin{cases} y_1' = -7y_1 + y_2, \\ y_2 = 7y_1 - y_2 \end{cases}$                     |
| 8.22 $\begin{cases} y_1' = -y_1 + \frac{5}{2}y_2, \\ y_2 = y_1 - \frac{5}{2}y_2 \end{cases}$   | 8.23 $\begin{cases} y_1' = -5y_1 + \frac{1}{2}y_2, \\ y_2 = 5y_1 - \frac{1}{2}y_2 \end{cases}$ | 8.24 $\begin{cases} y_1' = -y_1 + \frac{3}{2}y_2, \\ y_2 = y_1 - \frac{3}{2}y_2 \end{cases}$ |
| 8.25 $\begin{cases} y_1' = -0,4y_1 + 2y_2, \\ y_2 = 0,4y_1 - 2y_2 \end{cases}$                 | 8.26   | 8.27   |

|   |   |   |
|---|---|---|
|   | $\begin{cases} y_1' = -5y_1 + 3y_2, \\ y_2 = 5y_1 - 3y_2 \end{cases}$         | $\begin{cases} y_1' = 3,2y_1 + y_2, \\ y_2 = -3,2y_1 - y_2 \end{cases}$ |
| 8.28  | 8.29  | 8.30  |
| $\begin{cases} y_1' = -4,5y_1 - 0,5y_2, \\ y_2 = 4,5y_1 + 0,5y_2 \end{cases}$ | $\begin{cases} y_1' = 0,8y_1 - 0,2y_2, \\ y_2 = -0,8y_1 + 0,2y_2 \end{cases}$ | $\begin{cases} y_1' = -2,1y_1 + y_2, \\ y_2 = 2,1y_1 - y_2 \end{cases}$ |

|   |                                       |
|---|---------------------------------------|
| 7.23 $y'' + y = 2ctgx$                    | 7.24 $y'' + 9y = 9/\sin 3x$           |
| 7.25 $y'' - 3y' + 2y = 1/(1 + e^{-x})$    | 7.26 $y'' + 9y = 9/\cos 3x$           |
| 7.27 $y'' - 3y' = 9e^{-3x}/(3 + e^{-3x})$ | 7.28 $y'' - y' = e^{-x}/(2 + e^{-x})$ |
| 7.29 $y'' + y = 1/\sin x$                 | 7.30 $y'' + 4y = 4ctg2x$              |

## Әдістемелік нұсқау

1. Дифференциалдық теңдеулер жүйесін шешіңіз: 
$$\begin{cases} y_1' = -9y_1 + 4y_2, \\ y_2' = 9y_1 - 4y_2. \end{cases}$$

### Шешуі.

Жүйені белгісіздерді жою тәсілімен шешеміз. Теңдеулерді қосамыз:

$$y_1' + y_2' = 0,$$

осыдан

$$y_2' = -y_1'. \quad (**)$$

Жүйенің бірінші теңдеуінің екі жағын дифференциалдап, (\*\*)-ға қоямыз:

$$y_1'' = -9y_1' + 4y_2' \Rightarrow y_1'' = -9y_1' + 4(-y_1') \Rightarrow y_1'' + 13y_1' = 0,$$

яғни коэффициенттері тұрақты сызықтық біртекті теңдеу алдық.

Сипаттаушы теңдеуін құрып, түбірлерін табамыз:

$$k^2 + 13k = 0, \quad k_1 = 0, \quad k_2 = -13.$$

Сонда

$$y_1 = C_1 e^{0 \cdot x} + C_2 e^{-13x} = C_1 + C_2 e^{-13x}, \quad y_1' = -13C_2 e^{-13x}$$

болғандықтан, бірінші теңдеуден  $y_2$ -ні табамыз:

$$4y_2 = y_1' + 9y_1 \Rightarrow y_2 = \frac{1}{4}(-13C_2 e^{-13x} + 9 \cdot (C_1 + C_2 e^{-13x})) \Rightarrow$$

9  
—

$$y_2 = \frac{1}{4}C_1 - C_2e^{-13x}.$$

**Жауабы:**  $y_1 = C_1 + C_2e^{-13x}$ ,  $y_2 = \frac{9}{4}C_1 - C_2e^{-13x}$ .



