

Тәжірибелік сабақ №1. Көп айнымалы функциялар. Дербес туындылар.

Мақсаты – білім алушыларға көп айнымалыларға қатысты функциялардың дербес туындыларын есептеу әдістерін үйрету

Мазмұны: көп айнымалы функция ұғымын, функцияның шегін, дербес туынды анықтамалар мен теоремаларды біледі; көп айнымалы функцияның анықталу облысын, шегін табу және дербес туындыны есептеу әдістерін, жолдарын меңгереді; алынған нәтижелерді тексеру, есептеулер жүргізуді үйренеді

Материалдармен қамтамасыз ету: әдістемелік нұсқаулар.

Практикалық сабақтың әдістемелік нұсқаулары

Мысал 1. $z = x^3y - xy^3$ функциясының бірінші ретті дербес туындыларын табу керек.

Шешуі:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = (x^3y - xy^3)'_x = 3x^2y - y^3, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = (x^3y - xy^3)'_y = x^3 - 3y^2x$$

Мысал 2. $z = \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}$ функциясының бірінші ретті дербес туындыларын табу керек.

Шешуі:

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial x} &= \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} \right)'_x = \frac{3x^2(x^2 + y^2) - 2x(x^3 + y^3)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{3x^4 + 3x^2y^2 - 2x^4 - 2xy^3}{(x^2 + y^2)^2} = \\ &= \frac{x^4 + 3x^2y^2 - 2xy^3}{(x^2 + y^2)^2}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial z}{\partial y} &= \left(\frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2} \right)'_y = \frac{3y^2(x^2 + y^2) - 2y(x^3 + y^3)}{(x^2 + y^2)^2} = \frac{3y^4 + 3x^2y^2 - 2y^4 - 2xy^3}{(x^2 + y^2)^2} = \\ &= \frac{y^4 + 3x^2y^2 - 2xy^3}{(x^2 + y^2)^2}; \end{aligned}$$

Мысал 3. $z = \arctg \frac{x}{y}$ функциясының бірінші ретті дербес туындыларын табу керек.

Шешуі:

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \left(\arctg \frac{x}{y} \right)'_x = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{y} \right)^2} \cdot \left(\frac{x}{y} \right)' = \frac{y^2}{y^2 + x^2} \cdot \frac{1}{y} = \frac{y}{y^2 + x^2};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \left(\operatorname{arctg} \frac{x}{y} \right)'_y = \frac{1}{1 + \left(\frac{x}{y} \right)^2} \cdot \left(\frac{x}{y} \right)' = \frac{y^2}{y^2 + x^2} \cdot \left(-\frac{x}{y^2} \right) = -\frac{x}{y^2 + x^2}.$$

Мысал 4. $z = \ln(x^2 + y^2)$ функциясының толық туындысын табу керек.

Шешуі:

$$dz = \frac{\partial z}{\partial x} dx + \frac{\partial z}{\partial y} dy.$$

$$\frac{\partial z}{\partial x} = \left(\ln(x^2 + y^2) \right)'_x = \frac{2x}{x^2 + y^2};$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = \left(\ln(x^2 + y^2) \right)'_y = \frac{2y}{x^2 + y^2};$$

$$dz = \frac{2x}{x^2 + y^2} dx + \frac{2y}{x^2 + y^2} dy = \frac{2}{x^2 + y^2} (x dx + y dy).$$

Тәжірибелік сабақ тапсырмалары:

Тапсырма 1. Берілген функциялардың дербес туындыларын тап. $(x, y, z, u, v, t, \varphi, \psi$ -айнымалы)

№1 $z = x^y$

№2 $z = \ln(x^2 + y^2)$

№3 $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x}{y}$

№4 $z = e^{-\frac{x}{y}}$

№5 $z = \operatorname{arctg} \frac{v+u}{v-u}$

№6 $z = xy \ln(x+y)$

№7 $u = e^{x(x^2+y^2+z^2)}$

№8 $u = \ln(x+y+z)$

№9 $u = xyz$

№10 $z = 2 \sqrt{\frac{1-\sqrt{xy}}{1+\sqrt{xy}}}$

Тапсырма-2. Берілген функциялардың дербес дифференциалын тап.

№1 $z = xy^3 - 3x^2y^2 + 2y^4$

№2 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$

№3 $z = \frac{xy}{x^2 + y^2}$

№4 $u = \ln(x^3 + 2y^3 - z^3)$

№5 $z = \sqrt{\ln yx}$ $x = 1, y = 1.2, \Delta x = 0.01$ $d_x z$ -ті тап.

№6 $z = \sqrt[3]{x + y^2}$ $x = 2, y = 5, \Delta y = 0,01$ болғанда $d_y z$ -ті тап.

№7 $u = p - \frac{qr}{p} + \sqrt{p + q + r}$ $p = 1, q = 3, r = 5, \Delta p = 0.01$ болғанда $d_p u$ -ті тап.