

Тәжірибелік сабақ №2

Тақырыбы: Анықтауыштарды есептеу. Кері матрицаны есептеу

Сабақ мақсаты: студенттерге анықтауыш (детерминант) және кері матрица ұғымдарын түсіндіріп, оларды есептеу әдістерімен таныстыру. Сабақ барысында студенттерге анықтауыштарды есептеу әдістері, сондай-ақ матрицаның кері матрицасын табу тәсілдері үйретіледі.

Сабақ мазмұны: Анықтауыштарды есептеу әдістерін үйрету (2x2, 3x3 және жоғары өлшемді матрицалар үшін); Кері матрицаны есептеу әдістерін түсіндіру, матрицаның кері матрицасын табу шарттары мен әдістерін көрсету.

Сабақтың әдістемелік нұсқаулығы

Анықтауышты жолы немесе баған элементтері арқылы жіктеп есептеу әдісі.

Мысалы, бірінші жолдың элементтері арқылы жіктеп анықтауышты есептеңдер:

$$\begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 0 \cdot (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot 1 \cdot (-2 - 6) + 0(-1) \cdot (4 - 9) + 1 \cdot (-1) \cdot (4 + 3) = 32 + 0 + 7 = 39.$$

Анықтауышты Саррюс әдісі арқылы есептеу.

Мысал. Берілген анықтауышты есепте:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

Саррюс әдісін қолданамыз:

$$\begin{vmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix} \begin{matrix} 2-4 \\ 1-5 \\ 1-1 \end{matrix} = 2 \cdot (-5) \cdot 1 + (-4) \cdot 3 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot (-1) - 1 \cdot (-5) \cdot 1 - (-1) \cdot 3 \cdot 2 - 1 \cdot 1 \cdot (-4) = -8$$

Мысал. Берілген матрицаның кері матрицасын табыңыз.

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

Шешуі:

$$\det(A) = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 8 + 4 + 0 + 3 + 24 + 0 = 39 \neq 0,$$

демек кері матрицасы бар. Ең алдымен алгебралық толықтауыштарды есептейміз:

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -8, \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5, \quad A_{22} = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -11, \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 14,$$

$$A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 7, \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8, \quad A_{33} = \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4.$$

Ендеше

$$A^{-1} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{pmatrix} \text{ болады.}$$

Тәжірибелік тапсырмалар (журналдағы соңғы нөмірі бойынша өз нұсқаңызды тандап аласыз):

№1. А және В матрицалары берілген. Есептеңіз:

а) $2A+3B$; б) AB ; в) A^{-1}

$$1. A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -3 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$2. A = \begin{pmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 1 & 8 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ 5 & 0 & 7 \end{pmatrix};$$

$$3. A = \begin{pmatrix} 9 & -2 & 0 \\ 8 & 1 & 2 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 3 & 2 \\ 6 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$4. A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ 3 & 9 & 5 \\ -1 & 6 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 4 & 6 \\ 2 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & -1 \end{pmatrix};$$

$$5 \quad A = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 4 \\ 2 & 0 & -2 \\ 5 & -1 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ -3 & 5 & 6 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix};$$

$$6 \quad A = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 6 & 1 & 1 \\ 5 & 4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 4 & 0 & 6 \\ -2 & 2 & 5 \end{pmatrix};$$

$$7 \quad A = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 1 & 3 & 5 \\ -2 & 6 & 9 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 8 & 1 & 4 \\ -2 & 0 & 1 \\ 5 & 2 & 7 \end{pmatrix};$$

$$8 \quad A = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 3 \\ 2 & 5 & 1 \\ -2 & 4 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 6 & 8 & 3 \\ -2 & -1 & 1 \end{pmatrix};$$

$$9 \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 4 \\ 3 & 0 & 5 \\ -2 & 6 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -3 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 1 \end{pmatrix};$$

$$10 \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 4 & -1 \\ 3 & -6 & 5 \\ 1 & 8 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 & 3 & 5 \\ 6 & 0 & 1 \\ -7 & 2 & 3 \end{pmatrix};$$

№.2 Матрицаны сатылы түрге келтіріп рангін табыңдар:

$$1) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 0 & -3 \\ 0 & -7 & 3 & 1 \end{pmatrix}; 2) \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & -3 \\ 1 & -2 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 1 \\ 0 & -7 & 3 & 1 \end{pmatrix}; 3) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ -2 & 1 & 1 & 3 \\ 4 & 3 & 5 & -5 \\ 3 & 1 & 2 & -4 \end{pmatrix};$$

$$4) \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 & 4 \\ 1 & 1 & -4 & 11 \\ 5 & 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 6 & -14 \end{pmatrix};$$