

Тәжірибелік сабақ №4. Түзу және жазықтық, олардың теңдеулері.

Сабақ мақсаты: Студенттер түзулер мен жазықтықтардың теңдеулерін жазып, олардың қасиеттерін есептеуде қолдануды үйреніп, геометриялық проблемаларды аналитикалық тұрғыдан шешу дағдыларын алады.

Сабақ мазмұны:

- Түзу және оның теңдеулері
- Жазықтық және теңдеулері

Практикалық сабақтың тапсырмасы

Түзу және оның теңдеулері

1. $\{6; 3; -2\}$ вектордың модулін есептеңіз.
2. Вектордың $X=4$, $Y=-12$ координатасы берілген. $|a|=13$ болғандағы Z координатасын анықтаңыздар.
3. $A(3; -1; 2)$ және $B(-1; 2; 1)$ нүктелері берілген. \overline{AB} және \overline{BA} векторларының координатасын анықтаңыздар.
4. Соңы $a = \{3; -1; 4\}$ векторымен беттесетін, басы $M(1; 2; -3)$ нүктесінде жатқан N нүктесін анықтаңдар.
5. $a = \{2; -3; -1\}$ векторының басын анықтаңыз егер оның соңы $(1; -1; 2)$ нүктеге сәйкес келсе.
6. $|a|=2$ векторы және $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$ бұрыштары берілген. A векторының координаталар осіне түсірілген проекцияларын табыңдар.
7. $a = \{12; -15; -16\}$ векторының бағыттауыш косинустарын есептеңдер.
8. $a = \left\{ \frac{3}{13}; \frac{4}{13}; \frac{12}{13} \right\}$ векторының бағыттауыш косинустарын есептеңдер.
9. Вектор координаталар осімен келесідей бұрыш жасауы мүмкін бе. 1) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 120^\circ$; 2) $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 135^\circ$, $\gamma = 60^\circ$; 3) $\alpha = 90^\circ$, $\beta = 150^\circ$; $\gamma = 60^\circ$?
10. Вектор екі координаталар осімен келесідей бұрыш жасауы мүмкін бе.: 1) $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$; 2) $\beta = 60^\circ$, $\gamma = 60^\circ$; 3) $\alpha = 150^\circ$, $\gamma = 30^\circ$?
11. Вектор Ox және Oz координаталар осімен $\alpha = 120^\circ$ және $\gamma = 45^\circ$ бұрыштарын жасайды. Оу осімен қандай бұрыш жасауы мүмкін.
12. $|a| = 13$, $|b| = 19$ және $|a + b| = 24$ берілген. $|a - b|$ есептеңіз.
13. $|a| = 11$, $|b| = 23$ және $|a + b| = 30$ берілген. $|a - b|$ анықтаңыз.
14. a және b векторлары өзара перпендикуляр және $|a| = 5$, $|b| = 12$. $|a + b|$ және $|a - b|$ анықтаңыз.
15. a және b векторлары $\varphi = 60^\circ$ бұрыш жасайды, $|a| = 5$ және $|b| = 8$. $|a + b|$ және $|a - b|$ анықтаңдар.

Жазықтық және теңдеулері

1. a және b векторлары $\varphi = \frac{2}{3}\pi$ бұрышын құрайды; $|a| = 3$, $|b| = 4$ болса,
2. Есептеу керек: 1) ab ; 2) a^2 ; 3) b^2 ; 4) $(a + b)^2$; 5) $(3a - 2b)(a + 2b)$; 6) $(a - b)^2$; 7) $(3a + 2b)^2$.
3. a және b векторлары өзара перпендикуляр; c векторы олармен $\frac{\pi}{3}$ бұрыш жасайды, $|a| = 3$, $|b| = 5$, $|c| = 8$ болса, есептеу керек: 1) $(3a - 2b)(b + 3c)$; 2) $(a + b + c)^2$; 3) $(a + 2b - 3c)^2$.
4. Тепе-теңдікті дәлелде $(a + b)^2 + (a - b)^2 = 2(a^2 + b^2)$ және геометриялық мағынасын түсіндір.

5. $a + b + c = 0$ шартын қанағаттандыратын a , b және c векторы берілген, $|a| = 3$, $|b| = 1$ және $|c| = 4$ болса, $ab + bc + ca$ есептендер.
6. a , b , c векторлары бір-бірімен 60° бұрыш жасап орналасқан. $|a| = 4$, $|b| = 2$ және $|c| = 6$ болса, $p = a + b + c$ векторының ұзындығын анықтаңыздар.
7. $a = \{4; -2; -4\}$, $b = \{6; -3; 2\}$ векторлары берілген.
8. Есептеңіз: 1) ab ; 2) $\sqrt{a^2}$; 3) $\sqrt{b^2}$; 4) $(2a - b)(a + 2b)$; 5) $(a + b)^2$; 6) $(a - b)^2$.
9. a және b векторлары $\varphi = \frac{\pi}{6}$ бұрышын құрайды. $|a| = 6$, $|b| = 5$ болса, $||ab||$ есептеңіз.
10. $|a| = 10$, $|b| = 2$ және $a \cdot b = 12$. $||ab||$ есептеңіз.
11. $|a| = 3$, $|b| = 26$ және $||ab|| = 72$. ab есептеңіз.
12. a және b векторлары өзара перпендикуляр. $|a| = 3$, $|b| = 4$ болса, есептеу керек: 1) $|(a + b)(a - b)|$; 2) $|[(3a - b)(a - 2b)]|$.

Жазықтықтағы және кеңістіктегі декарттық координаттар жүйесін түрлендіру

1. Жазықтықтың теңдеуін жаз және оны сал: а) OXZ жазықтығына параллель және $M_0(7, -3, 5)$ нүктесі арқылы өтетін; б) OZ осі арқылы және $A(-3, 1, -2)$ арқылы өтетін; в) OX осіне параллель және екі нүкте $M_1(4, 0, -2)$, $M_2(5, 1, 7)$ арқылы өтетін; г) $B(2, 1, -1)$ нүктесі арқылы өтетін және нормаль векторы $n = (1, -2, 3)$ болатын; д) $C(3, 4, -5)$ нүктесі арқылы өтетін және екі векторға параллель $a = (3, 1, -1)$ және $v = (1, -2, 1)$.
2. Тетраэдрдің бір жағының теңдеуін жаз, егер оның төбелері $A(5, 4, 3)$, $B(2, 3, -2)$, $C(3, 4, 2)$, $D(-1, 2, 1)$. Алынған теңдеудің дұрыстығын тексер.
3. Жазықтықтың теңдеуін жаз: а) $M_1(1, 1, 1)$, $M_2(2, 3, 4)$ нүктелері арқылы өтетін және $2x - 7y + 5z + 9 = 0$ жазықтығына перпендикуляр. б) $M_0(7, -5, 1)$ нүктесі арқылы өтетін және координат осьтеріне бірдей оң тең кесінділер қиып өтетін.
4. Жазықтықтар арасындағы бұрышты тап: $x - 2y + 2z - 3 = 0$ және $3x - 4y + 5 = 0$
5. $3x - y + 7z - 4 = 0$ және $5x + 3y - 5z + 2 = 0$ жазықтықтары арасындағы екі жақты бұрышты қанша бөлетін жазықтықтың теңдеуін жаз.
6. $M_0(2, 0, -3)$ нүктесі арқылы өтетін түзудің канондық теңдеуін жаз: а) $s = (2, -3, 5)$ векторына параллель б) $x - y + 3z - 11 = 0$
7. $5x + 4y - z + 8 = 0$ түзуіне параллель а) $\frac{x-2}{2} = \frac{y}{-3} = \frac{z+3}{5}$; б) $\frac{x-2}{11} = \frac{y}{-17} = \frac{z+3}{-13}$.
8. Түзу мен жазықтықтың өзара қалай орналасқандығын анықта және олар қиылысқан жағдайда қиылысу нүктесін тап: а) $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{4} = \frac{z}{3}$ және $3x - 3y + 2z - 5 = 0$ б) $\frac{x-13}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$ және $x + 2y - 4z + 1 = 0$ в) $\frac{x-7}{5} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-5}{4}$ және $3x - y + 2z - 5 = 0$
9. $P(2, -5, 7)$ нүктесіне $M_1(5, 4, 6)$ және $M_2(-2, -17, -8)$ нүктелері арқылы өтетін түзуге қарағанда симметриялы Q нүктесінің координаттарын тап.
10. $\left. \begin{array}{l} x - 2y + 3 = 0 \\ 3y + z - 1 = 0 \end{array} \right\}$ түзуі мен $2x + 3y - z + 1 = 0$ жазықтығының арасындағы бұрышты тап.
11. а) $A(2; 1; 3)$, $B(-1; 2; 5)$, және $C(3, 0, 1)$ б) $A(1, -1, 3)$, $B(2; 3; 4)$, және $C(-1, -2, 0)$ нүктелеріне өтетін жазықтықтардың теңдеулерін жазыңыздар.
12. $A(1, 3; 0)$ нүктесінен өтетін және $x + y - z + 3 = 0$, $2x - y + 5z + 1 = 0$ түзулеріне параллель жазықтықтың теңдеуін жазыңыздар.
13. $A(1, 3; 1)$ нүктесінен өтетін және $x + y - z + 2 = 0$, $2x + 3y + z - 1 = 0$ түзуіне перпендикуляр жазықтықтың теңдеуін жазыңыздар.
14. $A(2, 1, -1)$ нүктесінен өтетін $x + y - 5z + 1 = 0$ және $2x + y = 3$ жазықтықтарына перпендикуляр жазықтықтың теңдеуін жазыңыздар.

16. $A(3, 1, -1)$ нүктесінен мына жазықтықтарға дейінгі қашықтықтарды табыңыздар: а) $x - y - 5z + 2 = 0$ б) $x - 2y + 2z - 2 = 0$ в) $x - 2y + 2z + 7 = 0$ г) $x = 1$ д) $y = 5$ е) $z = 0$

17. Мына жазықтықтардың арасындағы бұрыштарды табыңыздар: а) $x + 4y - z + 1 = 0; x + y - z - 3 = 0$ б) $x + 2y - z = 1; x - y = 3$ в) $x + 2y - 2z = 0; x = 5$

18. $4x + 4y - 7z + 1 = 0$ жазықтығы мен $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{2} = -\frac{z}{6}$ түзуінің арасындағы бұрышты табыңдар.