Дәріс №9

Тақырыбы: Жоғары ретті туындылар мен дифференциалдар

Негізгі сұрақтар:

1. Жоғары ретті туындылар
2. Лейбниц формуласы.
3. Жоғары ретті дифференциал

1 . Жоғары ретті туындылар

$y=f(x)$ функциясының $y'=f\ '(x)$ туындысы х-тан тәуелді функция болып табылады және бірінші ретті туынды деп аталады. Егер $f\ '(x)$ функциясы дифференциалданатын болса, онда оның туындысы екінші ретті туындысы деп аталады және y'' (немесе $f\ ''\ (x)$), $\frac{d^2y}{dx^2}, \frac{d}{dx}\left(\frac{dy}{dx}\right)$ арқылы белгілейді. Сонымен қатар $y''=(y')'$ деп белгілеуге болады. Жалпы f - тің $(n-1)$ ретті туындысының туындысы f функцияның n - **ші ретті туындысы** деп атайды да

$$f^{(n)}(x)=\left(f^{(n-1)}(x)\right)' \quad \text{немесе} \quad y^{(n)}=\left(y^{(n-1)}\right)'$$

деп белгілейді. n - рет дифференциалданатын $u(x)$ және $v(x)$ функцияларының қосындысы мен көбейтіндісі үшін келесі дифференциалдау ережесі орындалады:

1. $(u+v)^{(n)}=u^{(n)}+v^{(n)}$;

2.Лейбниц формуласы

$$(u\cdot v)^{(n)}=\sum_{k=0}^{n}C_n^k u^{(n-k)}v^{(k)}=u^{(n)}\cdot v+C_n^1u^{(n-1)}v'+...+C_n^k u^{(n-k)}v^{(k)}+...+u\cdot v^{(n)}$$

мұнда $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$, $0!=1!=1$. Бұл теңдіктерді математикалық индукция әдісін пайдаланып дәлелдеуге болады.

2. Жоғары ретті дифференциал

f(x) (a,b) аралығында n -рет дифференциалданатын функция, x -тәуелсіз айнымалы. Онда f функциясының x нүктесіндегі $dy=f\ '(x)dx$ **бірінші дифференциалынан** алынған дифференциал f функциясының **екінші дифференциалы** деп аталады да $d^2y=d(dy)$ арқылы белгіленеді, және

$$d^2y=d(dy)=d[f'(x)dx]=$$

$$=dx\cdot d[\ f'(x)]=dx\cdot f'(x)dx=f'(x)dx^2 \quad \text{тең} \ (dx-const)$$

$y=f(x)$ функциясының n - **ретті дифференциалы** деп f функциясының $(n-1)$ - ретті дифференциалының дифференциалын айтады және оны келесі түрде белгілейді.

$$d^ny=d(d^{n-1}y).$$

n – ші ретті дифференциал үшін

$$d^n y = f^{(n)}(x) dx^n,$$

теңдігі орындалады. n – ші ретті дифференциалдар үшін келесі ережелер орындалады:

1) $d^n(u+v) = d^n u + d^n v$;
2) $d^n(u \cdot v) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k d^{n-k} u \cdot d^k v.$