

№ 7 дәріс

Тақырыбы: Функцияның шегі

Негізгі сұрақтар:

- 1 Тізбектің шегі. Шексіз аз және шексіз үлкен функция
- 2 Тамаша шектер. Бірінші тамаша шек
- 3 Екінші тамаша шек

1. Тізбектің шегі.

Егер кез келген $\varepsilon > 0$ саны үшін $N > 0$ саны табылып, $n > N$ болғанда $|x_n - a| < \varepsilon$ теңсіздігі орындалса, онда a санын $x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$ тізбегінің шегі деп атайды. Тізбекті $\{x_n\} = x_1, x_2, \dots, x_n$ түрінде жазып көрсетуге болады.

Егер кез келген $\varepsilon > 0$ саны үшін $\delta > 0$ саны табылып, $0 < |x - x_0| < \delta$ болғанда $|f(x) - A| < \varepsilon$ теңсіздігі орындалса, онда A санын $f(x)$ функциясының шегі деп атайды және мына түрде белгілейді: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$.

Егер $\lim_{x \rightarrow x_0} \alpha(x) = 0$ болса, онда $\alpha(x)$ функциясы $x \rightarrow x_0$ ұмтылғандағы шексіз аз функция деп аталады.

Егер $\lim_{x \rightarrow x_0} \beta(x) = \infty$ болса, онда $\beta(x)$ функциясы $x \rightarrow x_0$ ұмтылғандағы шексіз үлкен функция деп аталады.

Шекті есептеу келесі теоремаларға негізделеді. $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$ ЖӘНЕ $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$ шектері бар болсын.

$$1. \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) + \lim_{x \rightarrow x_0} g(x),$$

$$2. \lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) \cdot g(x)] = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \cdot \lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$$

$$3. \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)}{\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)}, \quad \lim_{x \rightarrow x_0} g(x) \neq 0$$

2. Тамаша шектер. Бірінші тамаша шек

Математикалық анализде

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$$

шегінің үлкен маңызы бар, оны **бірінші тамаша шек** деп атайды.

Сонымен, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ – *бірінші тамаша шек*.

Бірінші тамаша шектің салдарлары:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctan x}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sin x} = 1.$$

3. Екінші тамаша шек

Математикалық анализде үлкен маңызы бар атақты шектердің бірі

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

Бұл шекті **екінші тамаша шек** деп атайды.

Сонымен, $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \lim_{\alpha \rightarrow 0} (1 + \alpha)^{\frac{1}{\alpha}} = e = 2.71828\dots$ – *екінші тамаша шек*.

e негізі бойынша x санының логарифмі *натурал логарифм* деп аталып $\ln x$ арқылы белгіленеді.

Тапсырмаларды орындағанда келесі теңдіктерді есте сақтаған пайдалы:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a, \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^m - 1}{x} = m.$$

Өзін-өзі бақылауға арналған сұрақтар:

1. Функцияның шегі?
2. Тізбектің шегі?
3. Бірінші тамаша шек?
4. Екінші тамаша шек?
5. Шексіз аз функция?
6. Шексіз үлкен функция?